



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE



Societatea de Științe  
Matematice din România



**Olimpiada Națională de Matematică**  
**Etapa Județeană și a Municipiului București, 10 martie 2018**  
**CLASA a VI-a**  
**Varianta 2**

**Problema 1.** Numerele naturale  $x, y, z$  satisfac egalitatea

$$13x + 8y = 5z.$$

Demonstrați că numărul  $(x + y)(y + z)(z + x)$  este divizibil cu 130.

*Gazeta Matematică*

**Problema 2.** Un tablou de formă pătrată se împarte în 100 pătrățele identice, distribuite pe 10 linii și 10 coloane. Avem la dispoziție 10 cartonase, numerotate diferit, cu cifre de la 0 la 9. Pe tablou trebuie să așezăm două cartonase, având suma 10, în pătrățele situate pe linii și coloane diferite. Determinați numărul de posibilități de așezare a acestor cartonase.

**Problema 3.** În triunghiul ascuțitunghic  $ABC$ , cu  $AB < AC$ ,  $AD$  este înălțime, iar  $AE$  este bisectoare, unde  $D, E \in (BC)$ . În triunghiul ascuțitunghic  $A'B'C'$ , cu  $A'B' < A'C'$ ,  $A'D'$  este înălțime, iar  $A'E'$  este bisectoare, unde  $D', E' \in (B'C')$ . Se știe că  $[AB] \equiv [A'B']$ ,  $[AD] \equiv [A'D']$  și  $[AE] \equiv [A'E']$ . Demonstrați că triunghiurile  $ABC$  și  $A'B'C'$  sunt congruente.

**Problema 4.** Lucia are în total 2018 bile galbene, albastre și verzi. Numărul bilelor verzi este de 4 ori mai mare decât numărul bilelor albastre. La un *schimb*, Lucia oferă prietenei sale Cristina 13 bile galbene și primește 5 bile albastre și 7 bile verzi. După mai multe astfel de schimburi, Lucia rămâne fără bile galbene, dar cu 1271 bile verzi. Determinați numărul de bile galbene avute inițial de Lucia?

*Timp de lucru 2 ore. Se acordă suplimentar 30 minute pentru întrebări.  
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*